

# Calcolo delle costanti di Oort ricavate dalla distribuzione dell'idrogeno galattico

IARA, Astronomia Valli del Noce, SdR RadioAstronomia UAI, IMO

## Abstract

The purpose of this paper is to describe the kinematics of the Milky Way in particular through what are called the Oort constants using the data of the neutral hydrogen distribution.

## Introduzione

La forma a disco della Via Lattea suggerisce la presenza di rotazione intorno ad un asse ad esso normale. Il modello quantitativo della rotazione galattica è stato sviluppato dall'olandese Jan Oort attraverso lo studio della dinamica delle stelle e del gas interstellare, che ha appunto confermato che il sistema ruota intorno al centro galattico e la velocità angolare dipende dalla distanza da esso: la Galassia non è un corpo rigido, ma è dotata di una rotazione differenziale. In particolare nelle vicinanze del Sole la velocità di rotazione decresce al crescere del raggio.

La cinematica complessiva di una galassia, si ottiene dalla curva di rotazione: questa descrive la velocità con cui gas e stelle ruotano attorno al centro galattico ad una distanza galattocentrica qualsiasi. Ciò è utile per determinare anche la distribuzione di massa nella Galassia.

Lo scopo del presente lavoro è quello di descrivere la cinematica della Via Lattea in particolare attraverso quelle che vengono chiamate le costanti di Oort utilizzando i dati della distribuzione dell'idrogeno neutro.

## Le costanti di Oort

Il modello di Oort parte dai seguenti osservabili. Si supponga che le stelle si muovano in orbite circolari intorno al centro galattico nel piano galattico e che pertanto la velocità del Sole, o meglio del Sistema Locale di Riferimento, in letteratura indicato come Local Standard of Rest (LSR), sia  $V_0$  alla distanza  $R_0$  dal centro. Si consideri una generica stella o nube di gas  $S$  a distanza  $r$  e longitudine  $l$  rispetto al Sole che si muova a velocità  $V$  alla distanza  $R$  dal centro. Queste ipotesi sono ben verificate nel caso di stelle di popolazione I.

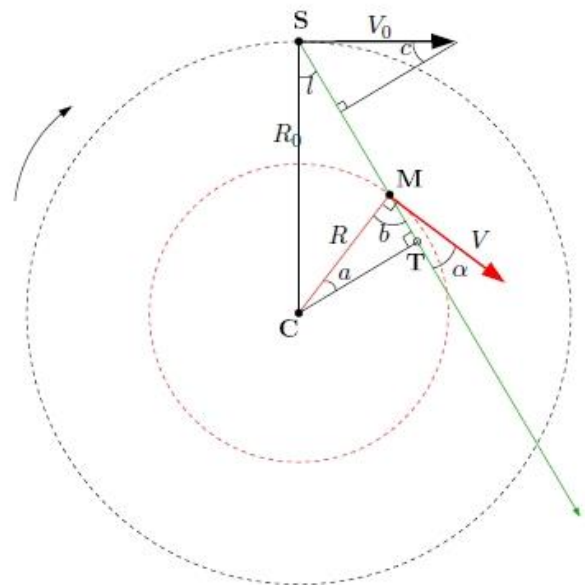


Figura 1. Geometria della Galassia.

Calcoliamo la velocità radiale della nube (o della stella) rispetto al Sole

$$v_r = V \cos \alpha - V_0 \sin l$$

dalla trigonometria  $\frac{\sin(\alpha + \frac{\pi}{2})}{\sin l} = \frac{R_0}{R}$  da cui  $\cos \alpha = \frac{R_0}{R} \sin l$  e la velocità radiale è dunque

$$v_r = \left( V \frac{R_0}{R} - V_0 \right) \sin l$$

La velocità trasversale è invece

$$v_t = V \sin \alpha - V_0 \cos l$$

dalla similitudine dei triangoli si ottiene  $R \sin \alpha = R_0 \cos l - r$  dove  $r$  è la distanza Sole-Nube. La velocità trasversale è dunque

$$v_t = \left( V \frac{R_0}{R} - V_0 \right) \cos l - \frac{V}{R} r$$

Posso riscrivere le formule come

$$v_r = R_0(\omega - \omega_0) \sin l$$

$$v_t = R_0(\omega - \omega_0) \cos l - \omega r$$

per stelle e le nubi relativamente vicine al Sole  $r \ll R, R_0$  la differenza di velocità angolari è molto piccola, per cui è possibile scriverla con uno sviluppo in serie:

$$\begin{aligned} \omega - \omega_0 &\approx \left(\frac{d\omega}{dR}\right)_0 (\omega - \omega_0) \\ &= \frac{1}{R_0^2} \left[ R_0 \left(\frac{dV}{dR}\right)_{R_0} - V_0 \right] (R - R_0) \end{aligned}$$

e inoltre dalla geometria

$$R_0 - R \approx r \cos l$$

per cui la velocità radiale e trasversa diventano

$$\begin{aligned} v_r &\approx \left[ \frac{V_0}{R_0} - \left(\frac{dV}{dR}\right)_{R_0} \right] r \cos l \sin l \\ v_t &\approx \left[ \frac{V_0}{R_0} - \left(\frac{dV}{dR}\right)_{R_0} \right] r \cos^2 l - \omega_0 r \end{aligned}$$

Possiamo riscrivere la velocità radiale e trasversa nel seguente modo

$$\begin{aligned} v_r &= Ar \sin 2l \\ v_t &= Ar \cos 2l + Br \end{aligned}$$

dove

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \left[ \frac{V_0}{R_0} - \left(\frac{dV}{dR}\right)_{R_0} \right] \\ B &= -\frac{1}{2} \left[ \frac{V_0}{R_0} + \left(\frac{dV}{dR}\right)_{R_0} \right] \end{aligned}$$

sono dette costanti di Oort. Le costanti di Oort A e B misurano rispettivamente la deviazione dalla rotazione rigida e la vorticità locale, da cui si derivano la velocità angolare in corrispondenza del Sole e l'andamento della rotazione differenziale:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{V_0}{R_0} = A - B \\ \left(\frac{dV}{dR}\right)_{R_0} &= -(A + B) \end{aligned}$$

### Procedura di analisi dei dati

I dati utilizzati sono stati quelli inerenti la distribuzione delle nubi di idrogeno galattico attraverso la ricezione della radiazione a 21 cm dell'idrogeno neutro [1] [2].

Con tali dati era già stata calcolata la curva di rotazione della Galassia e la distribuzione spaziale delle nubi di idrogeno. Per ogni misura della nube galattica si conosce la velocità radiale, la longitudine e la distanza dal Sole. Di tutti i dati disponibili sono stati considerati utili solo quelli che soddisfacevano la relazione  $r \ll R, R_0$ .

Il parametro A viene calcolato utilizzando la seguente formula:

$$A = \frac{v_r}{r \sin 2l}$$

La velocità trasversa  $v_t$  è stata ricavata supponendo che  $V \approx V_0$  (curva di rotazione piatta in corrispondenza delle vicinanze del Sole)

$$v_t \approx V_0 \sin \left( \cos^{-1} \frac{v_r}{V_0} \right)$$

da cui

$$B = -A \cos 2l + \frac{v_t}{r}$$

### Risultati ottenuti

Assumendo  $R_0 = 7,26 \pm 0,32 \text{ kpc}$  e  $V_0 = 220 \text{ km/s}$  si ottiene

$$\begin{aligned} A &= 14,5 \pm 0,5 \frac{\text{km}}{\text{s kpc}} \\ B &= -10,21 \pm 0,4 \frac{\text{km}}{\text{s kpc}} \end{aligned}$$

In tabella si trovano i valori tabulati in varie ricerche.

**Tabella 1** – Valori tabulati di A e B da varie fonti

A km/(s kpc)	B km/(s kpc)	Fonte
$14,8 \pm 0,8$	$-12,4 \pm 0,6$	[3]
15	-10	[4]
$14,4 \pm 1,2$	$-12,2 \pm 2,8$	[5]
$14,8 \pm 0,8$	$-12,4 \pm 0,6$	[6]

Andando a confrontare i valori ottenuti, risulta che il parametro A è perfettamente compatibile, mentre il valore di B risulta in genere leggermente sottostimato.

Per verificare l'attendibilità della procedura sono stati successivamente calcolati altri valori:

$$\begin{aligned} V_0 &= 188 \pm 22 \frac{\text{km}}{\text{s}} \\ \left(\frac{dV}{dR}\right)_{R_0} &= -4,3 \pm 0,3 \frac{\text{km}}{\text{s kpc}} \end{aligned}$$

Il valore di  $V_0$  risulta non compatibile con quello utilizzato in partenza nell'analisi e questo a riprova della discordanza del parametro B. È altresì doveroso sottolineare come il valore utilizzato non presenti nessun errore e dunque una sua incertezza potrebbe rendere i valori compatibili.

### Conclusioni

Anche se i risultati ottenuti non sono del tutto compatibili con quelli tabulati, risulta evidente come il metodo adottato sia sicuramente interessante. In particolare vi sono alcuni aspetti che meritano un'analisi maggiore

- l'errore commesso potrebbe essere sottostimato, infatti è stato valutato nel calcolo delle formule solo come errore quello della distanza;
- non è stato considerato l'errore sulla velocità del Sole;
- indagine mirata per ottenere dati che corrispondano esattamente ai parametri richiesti.

Infatti sono state fatte parecchie approssimazione nella scelta dei dati, in quanto non è stato possibile avere una statistica importante per nubi prossime al Sole;

- possibile revisione del modello matematico e conseguente ricalibratura della tecnica per ottenere il parametro B.

Sicuramente un'indagine specifica atta al calcolo delle costanti di Oort darebbe dei risultati più soddisfacenti, soprattutto alla luce delle inevitabili approssimazioni che vengono utilizzate

In ogni caso risulta evidente come tali costanti possano essere studiate anche dalla distribuzione e dalla velocità delle nubi di idrogeno

### ***Bibliografia***

[1] Sandri M., Bettelli E., Fedrizzi R., Fellin R., Grandi E., Larcher M., Ziller M., *Astronomia UAI*, **4**, 44-51 (luglio-agosto 2013)

[2] Sandri M., Flaim C., *Astronomia UAI*, **4**, 16-22 (luglio-agosto 2016)

[3] Bradley W. Carroll, Dale A. Ostlie, *An Introduction to Modern Astrophysics*, Pearson International Edition (2009)

[4] Ferrari A., *Stelle, galassie e universe*, Springer (2011)

[5] Mazzeri E., *Struttura e cinematica della Via Lattea*, Università degli Studi di Bologna (2014)

[6] Ravaioni E., *Struttura e cinematica della Via Lattea*, Università degli Studi di Bologna (2014)